معهد ابن الجزار بقبلي 2015 / 05	فرض منزلي عدد 3 في مادة الرياضيات	التاسعة نموذجي 1 + 2 أحمد بنعبدالقادر

تمرين عدد 1. (3 نقاط)

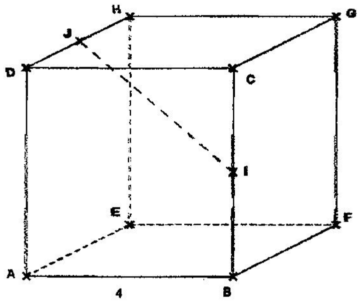
يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) العدد 9a56b (حيث a و b رقمان) يقبل القسمة على 15 ولا يقبل القسمة على 12. عدد الحلول الممكنة يساوي:

أ/ 3 ب/ 4 ج/ 6

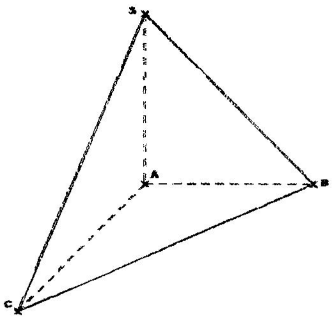
2) يحتوي صندوق على 3 أقراص حمراء و 3 أقراص بيضاء. نقوم بسحب عشوائي لقرصين من الصندوق بالتتالي وبدون إرجاع. إذن احتمال سحب قرصين أحمرين يساوي:

أ/ 50 % ب/ 25 % ج/ 20 %



3) في الرّسم المقابل ABCDEFGH مكعّب قيس حرفه 4.
I منتصف [BC] و J منتصف [DH] إذن قيس IJ يساوي:

أ/ $2\sqrt{2}$ ب/ $2\sqrt{3}$ ج/ $2\sqrt{6}$



4) في الرّسم المقابل SABC هرم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في A و (SA) عمودي على (ABC).
5) لدينا SA = AB = AC = a.
إذن مساحة المثلث SBC تساوي:

أ/ $\sqrt{6}a^2$ ب/ $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ ج/ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}a^2$

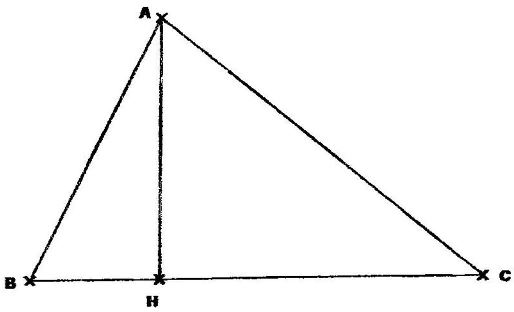
تمرين عدد 2. (3.5 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{\sqrt{3}-1}$ و $b=\sqrt{6\sqrt{3}-10}$.

أ/ قارن العددين $5\sqrt{3}$ و 9 واستنتج مقارنة العددين a و b .

ب/ بيّن أنّ $ab=4-2\sqrt{3}$

ج/ استنتج $a+b=\sqrt{3\sqrt{3}-3}$.



2) في الرّسم المقابل: ABC مثلث و H المسقط العمودي لـA على (BC).

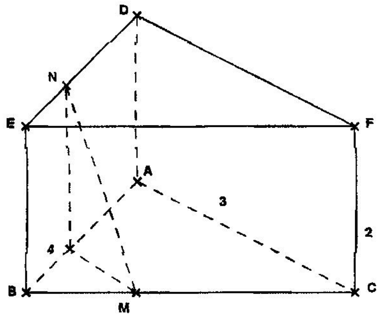
لدينا: $AH=\sqrt{3}-1$ و $BH=\sqrt{\sqrt{3}-1}$
و $CH=\sqrt{6\sqrt{3}-10}$.

أ/ بيّن أنّ: $AC^2=4\sqrt{3}-6$ وأنّ $AB^2=3-\sqrt{3}$.

ب/ استنتج أنّ المثلّث ABC قائم الزاوية في A.

ج/ برهن أنّ مساحة ABC تساوي $\sqrt{\frac{3}{2}\left(3\sqrt{3}-5\right)}$.

تمرين عدد 3. (4 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرّسم المقابل ABCDEF موشور قائم قاعدته ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث
AB = 4 ، AC = 3 و AD = 2.

1) أ/ بيّن أنّ BC = 5 .
ب/ برهن أنّ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

2) لتكن M نقطة على [BC] حيث BM = x.
I المسقط العمودي لـM على (AB) و N المسقط العمودي لـI على (DE).
أ/ بيّن أنّ $IM = \frac{3}{5}x$ وأنّ $IN = 2$.
ب/ برهن أنّ المثلّث IMN قائم الزاوية في I واستنتج أنّ $MN^2 = \frac{9}{25}x^2 + 4$.
ج/ جد x ليكون MB = MN.
د/ ما هي طبيعة المثلث BNC في هذه الحالة.

تمرين عدد 4. (5.5 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ ابن شبه منحرف ABCD قائم الزاوية في B و C حيث: AB = 8 و BC = 6 و CD = 4,5.
ب/ بيّن أنّ AC = 10 و BD = 7,5.

2) المستقيمان (BD) و (AC) يتقاطعان في I.
أ/ برهن أنّ $\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{4,5}{8}$.
ب/ استنتج أنّ $\frac{IC}{4,5} = \frac{IA}{8} = \frac{AC}{12,5}$. بيّن أنّ IA = 6,4 و IC = 3,6
ج/ بيّن أنّ IB = 4,8 وأنّ ID = 2,7.

3) برهن أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متعامدين.

4) المستقيم العمودي على (AB) في A يقطع (BD) في H.
أ/ بيّن أنّ H هو المركز القائم للمثلث ACD.
ب/ استنتج أنّ (AD) و (HC) متعامدين.
ج/ أحسب DH.

تمرين عدد 5. (4 نقاط)

الجدول التالي يقدّم نتائج 40 تلميذا خلال احد الاختبارات التقييمية في مادة الرّياضيات

العدد المتحصل عليه	[8, 10[	[10, 12[	[12, 14[	[14, 16[	[16, 18[	[18, 20[
عدد التلاميذ	6	2	10	10	8	4

1) أ/ مثّل السلسلة الإحصائية بمخطّط المستطيلات ثمّ أرسم مضلع التكرارات.
ب/ حدّد منوال ومدى السلسلة الإحصائيّة.

2) أحسب المعدّل الحسابي لهؤلاء التلاميذ خلال هذا الإختبار.

3) أ/ كوّن جدول التّواترات التراكمية الصاعدة.
ب/ أرسم مضلع التواترات التراكميّة الصاعدة.
ج/ استنتج قيمة تقريبيّة لموسّط هذه السلسلة الإحصائيّة.

4) تسند ملاحظة حسن جدّا للتلاميذ الذين تحصلوا على عدد يساوي أو يفوق 16. إذا أخذنا أحد التلاميذ بصورة عشوائيّة ما هو إحتمال أن يكون متحصّلا على ملاحظة حسن جدّا.

تمرين عدد 1:

1) أ) العدد يقبل القسمة على 5 إذن $b=0$ أو 5.

العدد يقبل القسمة على 3 (لكي يقبل القسمة على 15) ولا يقبل القسمة على 4 (لكي لا يقبل القسمة على 12)

60 يقبل القسمة على 4.

65 لا يقبل القسمة على 4 إذن $\underline{b=5}$.

* مجموع أرقام العدد: $25+a$

لكي يكون قابلا للقسمة على 3: $a=2$ أو $a=5$ أو $a=8$

← عدد الحلول الممكنة 3.

2) ج. العدد الجملي لإمكانيات السحب:

القرص الثاني × القرص الأول

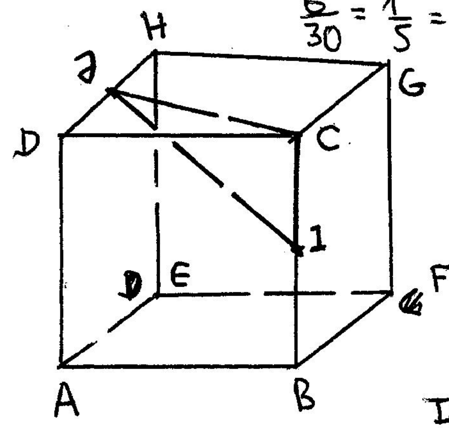
$6 \times 5 = 30$.

عدد إمكانيات سحب قرصين أحمرين:

القرص الثاني × القرص الأول

$3 \times 2 = 6$

احتمال سحب قرصين أحمرين: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 20\%$.



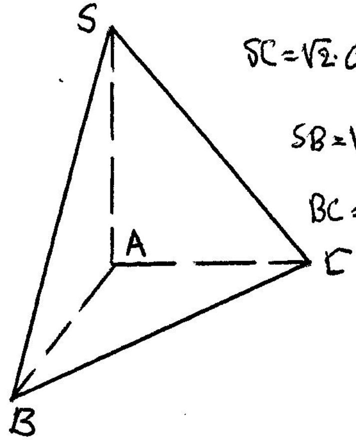
3) ج. تطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث القائم DJC (في D)

$JC^2 = 4^2+2^2 = 20$.

تطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث IJC القائم في C:

$IJ^2 = IC^2 + JC^2 = 2^2+20 = 24$

إذن $IJ = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$



4) ب) SAC متقايس الضلعين قائم في A ← $SC=\sqrt{2}\cdot a$

SAB متقايس الضلعين قائم في A ← $SB=\sqrt{2}\,a$

ABC متقايس الضلعين قائم في A ← $BC=\sqrt{2}\cdot a$

إذن SBC متقايس الأضلاع قيس ضلعه $\sqrt{2}\cdot a$

وبالتالي مساحته: $\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}\cdot a)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 2a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

تمرين عدد 2:

1) أ) $9^2 = 81$ و $(5\sqrt{3})^2 = 5^2\times(\sqrt{3})^2 = 25\times 3 = 75$،

$(5\sqrt{3})^2 < 9^2$ والعددان $5\sqrt{3}$ و 9 موجبان إذن $9 > 5\sqrt{3}$

* $a^2 - b^2 = \sqrt{3}-1-(6\sqrt{3}-10) = 9-5\sqrt{3} > 0$

إذن $a^2 > b^2$ وبما أن a و b موجبان فإن $a>b$.

ب) $ab = \sqrt{(\sqrt{3}-1)(6\sqrt{3}-10)} = \sqrt{18-10\sqrt{3}-6\sqrt{3}+10}$

$= \sqrt{28-16\sqrt{3}} = \sqrt{4(7-4\sqrt{3})} = 2\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{(\sqrt{3})^2-2\times 2\times\sqrt{3}+2^2} = 2\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

$= 2|\sqrt{3}-2| = 2(2-\sqrt{3}) = 4-2\sqrt{3}$.

ج) $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

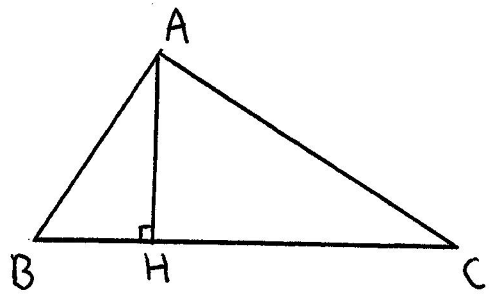
$= \sqrt{3}-1+6\sqrt{3}-10+2(4-2\sqrt{3})$

$= 7\sqrt{3}-11+8-4\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}-3$

إذن: $a+b = \sqrt{3\sqrt{3}-3}$

2) أ)



بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ACH القائم في H:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$
$$= (\sqrt{3}-1)^2 + 6\sqrt{3} - 10 = 4 - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 10$$
$$= 4\sqrt{3} - 6.$$

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABH القائم في H:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$
$$= (\sqrt{3}-1)^2 + \sqrt{3} - 1 = 4 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$$
$$= 3 - \sqrt{3}.$$

ب) لدينا:
$$AB^2 + AC^2 = 3 - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6$$
$$= 3\sqrt{3} - 3.$$

و
$$BC^2 = (BH + CH)^2$$
$$= (a+b)^2 = 3\sqrt{3} - 3.$$

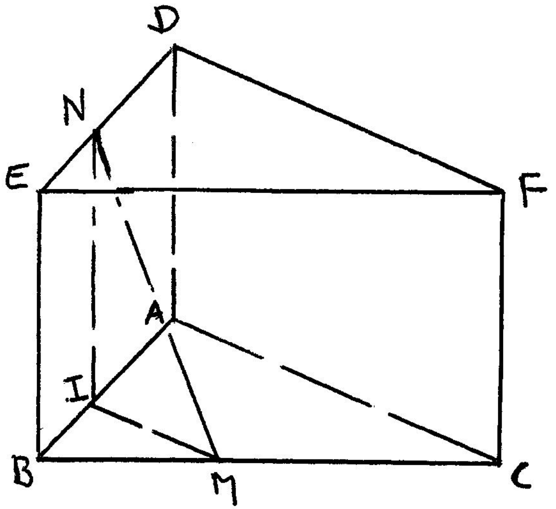
في المثلث ABC لدينا: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور المثلث ABC قائم الزاوية في A.

ج) بما أن ABC قائم الزاوية في A فإن مساحة ABC تساوي:

$$\frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2}\sqrt{3-\sqrt{3}} \times \sqrt{4\sqrt{3}-6}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(3-\sqrt{3})(4\sqrt{3}-6)}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{12\sqrt{3} - 12 - 18 + 6\sqrt{3}}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{18\sqrt{3} - 30} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 6(3\sqrt{3}-5)}$$
$$= \sqrt{\frac{3}{2}(3\sqrt{3}-5)}.$$

تمرين عدد 3:



1) أ) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16+9 = 25$$

إذن : $BC = \sqrt{25} = 5$.

ب) $(AD)\perp(AB)$ لأن ABED مستطيل.

$(AD)\perp(AC)$ لأن ACFD مستطيل.

بما أن المستقيم (AD) عمودي على مستقيمين متقاطعين ومحتويين في المستوي (ABC) فإن (AD) عمودي على (ABC) .

2) أ) $(IM)\perp(AB)$ و $(AC)\perp(AB)$ إذن $(IM)\parallel(AC)$.

في المثلث ABC لدينا : M على (BC) و I على (AB) .

و $(IM)\parallel(AC)$ إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{BM}{BC} = \frac{IM}{AC}$$

يعني : $\frac{x}{5} = \frac{IM}{3}$

إذن $IM = \frac{3}{5}x$.

* في المستوي (ABD) الرباعي BINE له ثلاث زوايا قائمة إذن BINE مستطيل وبالتالي $IN = BE = 2$

ب) لدينا : $(AD)\perp(ABC)$ و $(IN)\parallel(AD)$ إذن $(IN)\perp(ABC)$

* المستقيم (IN) عمودي على (ABC) في I . والمستقيم (IM) محتوى في المستوي (ABC) ويمر من I .

إذن (IN) عمودي على (IM) .

وبالتالي IMN قائم الزاوية في I .

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث IMN القائم في I

$$MN^2 = IN^2 + IM^2$$
$$= \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + 2^2 = \frac{9}{25}x^2 + 4$$

ج) $MB = MN$ يعني $MB^2 = MN^2$

يعني : $x^2 = \frac{9}{25}x^2 + 4$

يعني : $\frac{16}{25}x^2 = 4$

يعني : $x^2 = 4\times\frac{25}{16}$

يعني $x^2 = \frac{25}{4}$

يعني $x = \frac{5}{2}$ أو $x = -\frac{5}{2}$

بما أن $x = BM > 0$ فإن $x = 5/2$.

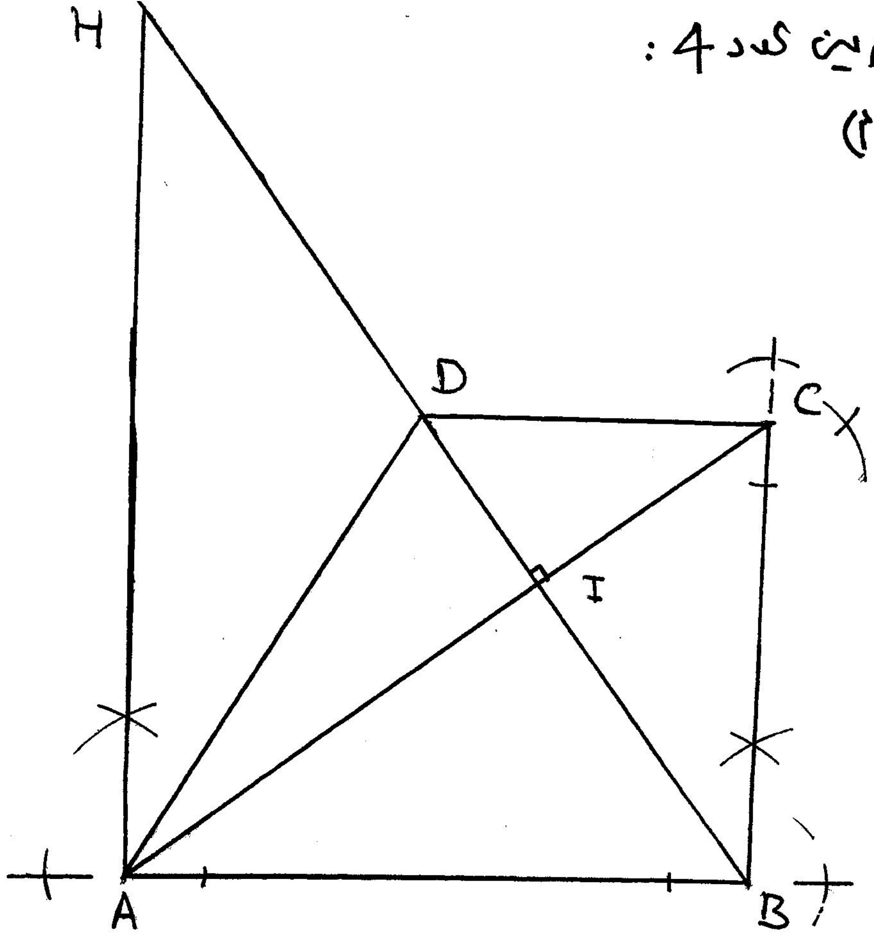
د) في حالة $x = BM = 5/2$ فإن $M = B*C$

إذن $MN = MB = MC$. و M تنتمي لـ [BC]

بالتالي NBC قائم في N .

تمرين عدد 4 :

1) أ)



ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABC القائم في B :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

إذن $AC = \sqrt{100} = 10$

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث BCD القائم في C :

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 = 6^2 + (4,5)^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

إذن $BD = \sqrt{56,25} = 7,5$.

2) أ) في المثلث IAB لدينا: C تنتمي إلى (IA) و D تنتمي إلى (IB) و (AB) موازي لـ (CD) إذن حسب مبرهنة طالس :

$$\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{CD}{AB} = \frac{4,5}{8}.$$

ب) لدينا : $\frac{IC}{IA} = \frac{4,5}{8}$ وإذن $\frac{IC}{4,5} = \frac{IA}{8} = \frac{IC+IA}{4,5+8}$

وبالتالي $\frac{IC}{4,5} = \frac{IA}{8} = \frac{AC}{12,5}$.

$$IA = \frac{8 \times 10}{12,5} = 6,4.$$

و

$$IC = \frac{4,5 \times 10}{12,5} = 3,6.$$

ج) $\frac{ID}{IB} = \frac{4,5}{8} \longrightarrow \frac{ID}{4,5} = \frac{IB}{8} = \frac{BD}{12,5}.$

$$\longrightarrow ID = \frac{BD \times 4,5}{12,5} = \frac{7,5 \times 4,5}{12,5} = 2,7$$

و

$$IB = \frac{BD \times 8}{12,5} = \frac{7,5 \times 8}{12,5} = 4,8.$$

3) لدينا :

$$IA^2 + IB^2 = 6,4^2 + 4,8^2 = 1,6^2(4^2+3^2) = 1,6^2 \times 5^2 = 8^2 = AB^2$$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور نستنتج أن المثلث IAB قائم الزاوية في I.

وبالتالي (AC) و (BD) متعامدان.

4) أ) في المثلث ACD لدينا:

(BD) يحمل الإرتفاع الصادر من D لأن $(BD) \perp (AC)$

(AH) يحمل الإرتفاع الصادر من A لأن $(AH) \perp (CD)$

بما أن (BD) و (AH) يتقاطعان في H فإن H هو المركز القائم للمثلث ACD.

ب) بما أن H هو المركز القائم للمثلث ACD فإن (HC) يحمل الإرتفاع الصادر من C وبالتالي (HC) عمودي على (AD).

ج) في المثلث IBC لدينا H على (IB) و A على (IC) و (AH) موازٍ لـ (BC) (عموديان على المستقيم (AB)) إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{IH}{IB} = \frac{IA}{IC}$$

وبالتالي:

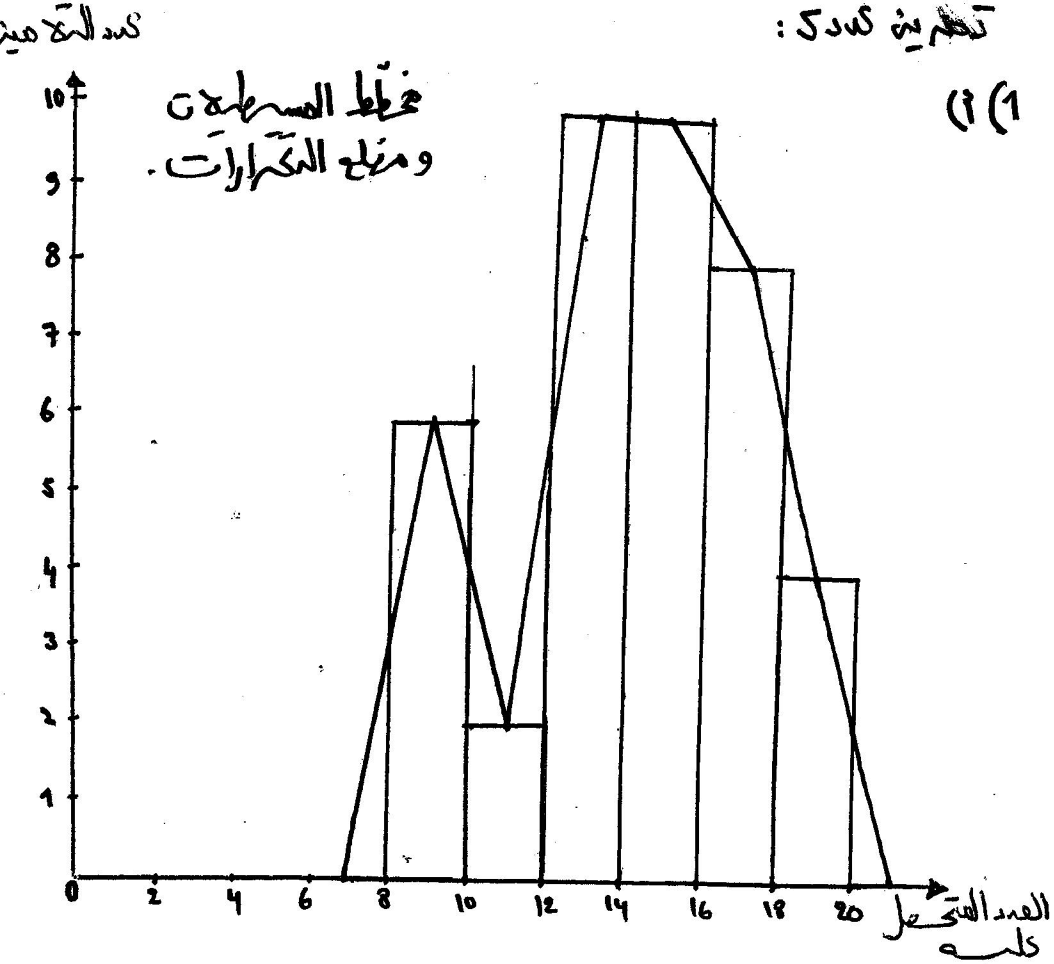
$$IH = \frac{IB \times IA}{IC} = \frac{4,8 \times 6,4}{3,6} = \frac{4 \times 6,4}{3} = \frac{128}{15}.$$

د) فنستنتج:

$$DH = IH - ID = \frac{128}{15} - 2,7 = \frac{128}{15} - \frac{27}{10} = \frac{256-81}{30} = \frac{175}{30} = \frac{35}{6} = 5 + \frac{5}{6}.$$

تمرين عدد :

1) أ)



ب) الفئة المنوال: $[12,14[$ و $[14,16[$

مدى السلسلة الإحصائية: $20 - 8 = 12$

2) المعدل الحسابي لأعداد التلاميذ خلال هذا الإختبار:

$$\bar{x} = \frac{9\times6 + 11\times2 + 13\times10 + 15\times10 + 17\times8 + 19\times4}{40}$$

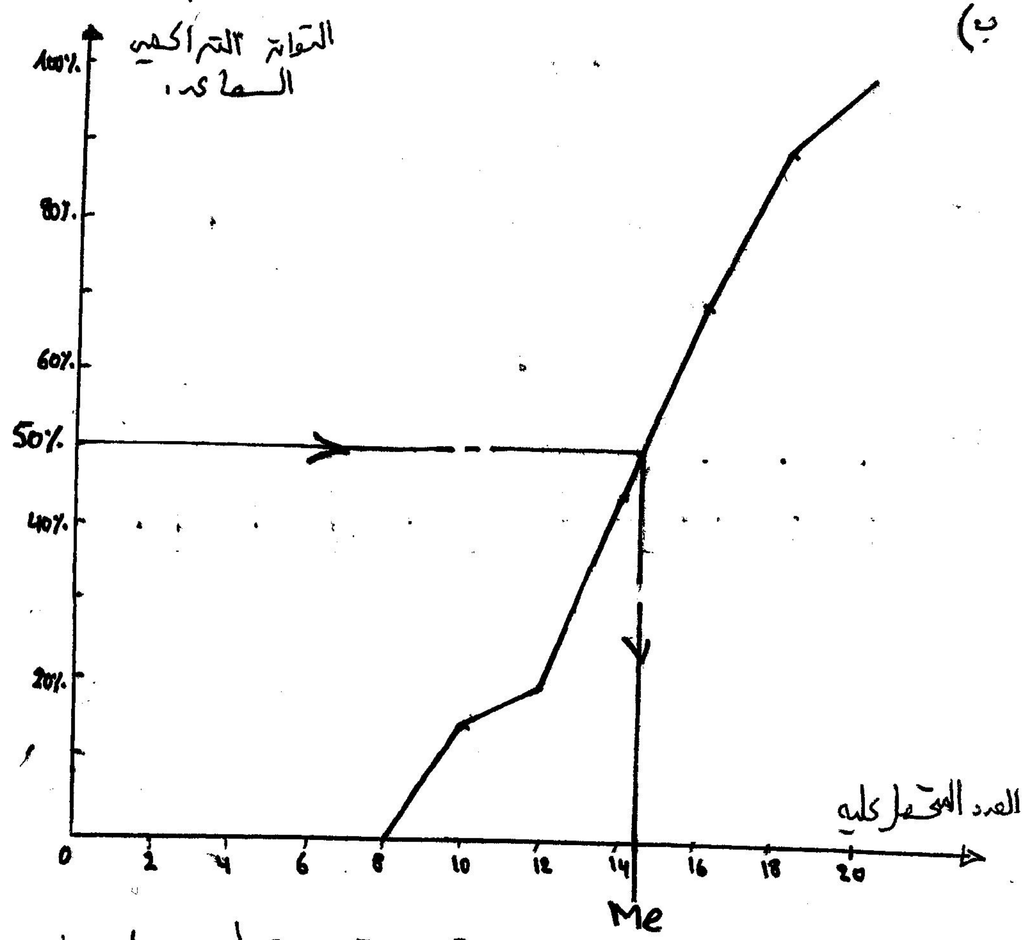
$$= \frac{54 + 22 + 130 + 150 + 136 + 76}{40}$$

$$= \frac{568}{40} = 14,2.$$

3) أ) جدول التواترات التراكمية الصاعدة:

الفئة	[8;10[	[10;12[	[12;14[	[14;16[	[16;18[	[18;20[
التكرار التراكمي الصاعد	6	8	18	28	36	40
التواتر التراكمي الصاعد	15%	20%	45%	70%	90%	100%

ب)



ج) من خلال الرسم البياني قيمة تقريبية لوسيط هذه السلسلة الإحصائية:

$Me \simeq 14{,}5$.

4) عدد التلاميذ المتحصلين على علامة حسن جدا:

$8+4=12$.

احتمال أن يكون التلميذ متحصلا على ملاحظة حسن جدا:

$\frac{12}{40} = 30\%$.